



Vingt-Sixième Tournoi des Villes Printemps 2005

Épreuve normale, quatrième–troisième–seconde

Le total des points est calculé à partir des trois problèmes pour lesquels vous en avez obtenu le plus. Les points sont indiqués entre crochets.

Exercice 1 : Anne et Boris se trouvent respectivement au point A et au point B . Ils quittent au même instant leurs points de départ pour se diriger à vitesse constante l'un vers l'autre (mais ils n'ont pas forcément la même vitesse). Si Anne était partie 30 minutes plus tôt, elle aurait dû parcourir 2 kilomètres supplémentaires pour rencontrer Boris. Si Boris était parti 30 minutes plus tôt, combien de kilomètres supplémentaires aurait-il dû parcourir pour rencontrer Anne? [3 points]

Exercice 2 : Soit N un entier strictement positif. Démontrez que l'un des chiffres 1, 2 ou 9 apparaît nécessairement dans l'expression décimale d'au moins l'un des deux nombres N et $3N$. [4 points]

Exercice 3 : On place huit dames noires identiques sur la première rangée d'un échiquier et huit dames blanches identiques sur la dernière rangée. Quel est le nombre minimal de coups nécessaires pour échanger les positions des dames noires et les dames blanches? [5 points]

Les blancs et les noirs jouent chacun leur tour, et une seule dame à chaque fois. On rappelle qu'aux échecs, une dame peut se déplacer d'un nombre quelconque de cases horizontalement, verticalement ou en diagonale, dans la mesure où aucune pièce ne se trouve sur son chemin.

Exercice 4 : Dans un carré $ABCD$, M et N sont les milieux des côtés $[BC]$ et $[AD]$ respectivement. Sur la droite (AC) , hors du segment $[AC]$ et du côté de A , on choisit un point K . Le segment $[KM]$ intersecte le côté $[AB]$ en un point L .

Montrer que les angles \widehat{KNA} et \widehat{LNA} sont égaux. [5 points]

Exercice 5 : Dans une grande ville, toutes les rues sont dans l'une ou l'autre de deux directions perpendiculaires. Pendant un déplacement dans cette ville, une voiture tourne 100 fois à gauche.

Combien de fois a-t-elle tourné à droite, sachant qu'elle n'est jamais passée deux fois au même endroit et est revenue à son point de départ? [5 points]