



Vingt-Quatrième Tournoi des Villes

Printemps 2003

Épreuve normale, quatrième-troisième-seconde

(Le total des points est calculé à partir des trois problèmes pour lesquels vous en avez obtenu le plus. Les points sont indiqués entre crochets.)

Exercice 1 : 2003 euros sont placés dans des portefeuilles et les portefeuilles sont placés dans des poches. On sait que le nombre d'euros dans chaque poche est strictement inférieur au nombre total de portefeuilles. Existe-t-il forcément un portefeuille qui contient strictement moins d'euros qu'il n'y a de poches au total? [4 points]

Exercice 2 : Deux joueurs colorient à tour de rôle les côtés d'un n -gone. Le premier joueur a le droit de colorier un côté si ce côté a 0 ou 2 sommets communs avec les côtés déjà coloriés. Le deuxième joueur a le droit de colorier un côté si ce côté a un seul sommet commun avec les côtés déjà coloriés. Pour quels n le deuxième joueur peut gagner quoi que fasse le premier? [4 points]

Exercice 3 : Soit ABC un triangle isocèle en B . On choisit sur les côtés $[AB]$ et $[BC]$ deux points K et L tels que $AK + LC = KL$. On appelle M le milieu du segment $[KL]$. La droite passant par M et parallèle à (BC) coupe le segment $[AC]$ au point N . Combien vaut l'angle \widehat{KNL} ? [5 points]

Exercice 4 : Dans une suite d'entiers naturels chaque terme est obtenu en ajoutant au terme précédent son plus grand chiffre. Quel est le plus grand nombre possible de termes successifs impairs dans une telle suite? [5 points]

Exercice 5 : Peut-on couvrir un carré 2003×2003 par des dominos 1×2 placés horizontalement et des rectangles 1×3 placés verticalement? [5 points]