



23^{ème} TOURNOI DES VILLES

*Printemps 2002 ~ Quatrième Troisième Seconde
Épreuve normale*

Exercice 1 [? points]

On possède un grand nombre de rectangles en carton de taille $a \times b$, où a et b sont deux entiers positifs, $a < b$. On sait qu'à l'aide de ces rectangles on peut former un rectangle 49×51 et aussi un rectangle 99×101 . Peut-on déterminer a et b à partir de ces données ?

Exercice 2 [? points]

Est-ce qu'il existe un triangle tel qu'on puisse le découper en quatre figures convexes : un triangle, un quadrilatère, un pentagone et un hexagone ?

Exercice 3 [? points]

Soient x et y deux entiers naturels. On sait que l'écriture décimale du nombre $x^2 + xy + y^2$ se termine par un zéro. Montrer qu'en fait elle se termine par deux zéros.

Exercice 4 [? points]

Les côtés AB , BC , CD et DA d'un quadrilatère $ABCD$ sont tangents à un cercle de centre S aux points K , L , M et N respectivement. On sait que le quadrilatère $SKBL$ possède un cercle circonscrit. Montrer que le quadrilatère $SNDM$ possède aussi un cercle circonscrit.

Exercice 5 [? points]

(a) On a 128 pièces de monnaie de deux poids différents, 64 pièces de chaque poids. Comment trouver, d'une manière garantie, deux pièces de poids distincts sur une balance à deux plateaux en utilisant la balance au plus 7 fois (et sans utiliser autre chose que les pièces) ?

(b) On a 8 pièces de monnaie de deux poids différents, 4 pièces de chaque poids. Comment trouver, d'une manière garantie, deux pièces de poids distincts sur une balance à deux plateaux en l'utilisant au plus 2 fois (et sans utiliser autre chose que les pièces) ?