21ème TOURNOI DES VILLES

Automne 1999 ~ Première Terminale
Épreuve normale

Exercice 1 [4 points]
Dans un triangle on relie le point d'intersection des bissectrices avec les sommets. On obtient ainsi trois triangles plus petits. Il se trouve qu'un d'entre eux est semblable au triangle de départ. Trouver ses angles.

Exercice 2 [4 points]
Prouver qu'il existe une infinité d'entiers positifs impairs n tels que 2^n+n ne soit pas premier (c'est-à-dire soit divisible par un nombre autre que 1 et lui-même).

Exercice 3 [4 points]
Dans l'espace sont tracés n plans. Chaque plan coupe exactement 1999 autres plans. Trouver n (donner toutes les réponses possibles et prouver qu'il n'y en a pas d'autres).

Exercice 4 [4 points]
Est-il possible de trouver 50 segments sur la droite réelle (éventuellement avec des recouvrements) qui vérifie les deux conditions suivantes :

- les longueurs des segments sont1, 2,..., 50 ;
- les bouts des segments sont tous les entiers de 1 à 100 (bornes incluses) ?

Exercice 5 [4 points]
On dispose de plaquettes rectangulaires en carton de taille 2 x 1. Sur chaque plaquette est dessinée une diagonale. Il y a des plaquettes de deux types car on peut dessiner une diagonale de deux manières différentes. Les plaquettes de chaque type sont fournies en nombre suffisant. Peut-on choisir 32 plaquettes et en former un carré 8 x 8 de sorte que les bouts des diagonales ne coïncident jamais ?