



20^{ème} TOURNOI DES VILLES

*Printemps 1999 ~ Quatrième Troisième Seconde
Épreuve normale*

Exercice 1 [3 points]

Un père et un fils font des tours de patinoire. De temps en temps, le père double le fils. Lorsque le fils a changé le sens de son mouvement, ils ont commencé à se rencontrer 5 fois plus souvent. Quel est le rapport des vitesses du père et du fils ?

Exercice 2 [4 points]

ABC est un triangle rectangle en C ; on sait que $AC = 1$ cm, $BC = 3$ cm. On construit sur l'hypoténuse AB un carré ABDE vers l'extérieur du triangle. Dans quel rapport la bissectrice de l'angle C divise-t-elle le côté DE du carré ?

Exercice 3 [4 points]

Sur un tableau sont écrits des entiers strictement positifs a_0, a_1, \dots, a_n . Sur un deuxième tableau on écrit les nombres suivants : $b_0 =$ le nombre de nombres sur le premier tableau ; $b_1 =$ le nombre de nombres du premier tableau qui sont strictement supérieurs à 1 ; $b_2 =$ le nombre de nombres du premier tableau qui sont strictement supérieurs à 2, etc. On continue tant que les b_i sont strictement positifs, on n'écrit pas de zéros. Ensuite on écrit sur un troisième tableau les nombres c_0, c_1, \dots obtenus par le même procédé à partir des nombres du deuxième tableau. Montrer que l'ensemble des nombres du troisième tableau est le même que celui du premier tableau.

Exercice 4 [5 points]

Un triangle équilatéral noir est dessiné sur le plan. Nous avons 9 plaques de la même taille et de la même forme que le triangle. Comment poser ces plaques sur le plan de sorte qu'elles ne se recouvrent pas et que chacune couvre au moins une partie du triangle noir (au moins un point de son intérieur) ?

Exercice 5 [5 points]

On découpe un carré en 100 rectangles par 18 droites dont 9 sont parallèles à l'un des côtés du carré et les 9 autres à l'autre côté. Il se trouve que parmi ces 100 rectangles il y a exactement 9 carrés. Prouver que parmi ces 9 carrés il y en a au moins deux qui sont égaux.