



20^{ème} TOURNOI DES VILLES

Automne 1998 ~ Première Terminale
Épreuve normale

Exercice 1 [3 points]

On a 19 petits poids de masse 1g, 2g, 3g, ..., 19g. Parmi ces poids 9 sont en fer, 9 autres en bronze et un en or. La masse totale des poids en fer excède de 90g la masse totale des poids en bronze. Trouver la masse du poids en or.

Exercice 2 [3 points]

n disques en papier de rayon 1 sont posés sur le plan de sorte qu'ils passent tous par un même point et que ce point se trouve à l'intérieur du domaine total couvert par les disques. Ce domaine est un polygone à côtés curvilignes. Trouver son périmètre.

Exercice 3 [4 points]

Sur un échiquier (8 cases sur 8), 17 cases sont marquées. Montrer qu'on peut en choisir deux de sorte qu'un cavalier ait besoin d'au moins trois coups pour aller de l'une à l'autre.

Exercice 4 [4 points]

On considère les ensembles de 20 nombres $\{ x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20} \}$ compris entre 0 et 1, tels que $x_1 x_2 x_3 \dots x_{20} = (1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) \dots (1 - x_{20})$. Parmi ces ensembles, trouver celui pour lequel le produit $x_1 x_2 x_3 \dots x_{20}$ est maximum.

Exercice 5 [1 + 3 + 2 points]

Un groupe de psychologues a élaboré un test qui attribue à chaque personne un nombre Q qui mesure ses capacités intellectuelles. (Plus Q est grand, plus les capacités sont élevées.) Supposons que chacun des habitants de deux pays A et B ait obtenu son nombre Q . On prend alors pour le niveau intellectuel de chaque pays la moyenne arithmétique des Q de ses habitants.

(a) Un groupe d'habitants du pays A a émigré dans le pays B . Est-il possible que le niveau intellectuel des deux pays ait augmenté ?

(b) Après cela, un groupe d'habitants du pays B (parmi lesquels il peut y avoir des anciens émigrés de A), émigre dans le pays A . Est-il possible que le niveau intellectuel des deux pays augmente de nouveau ?

(c) Un groupe d'habitants a émigré du pays A dans le pays B et un autre groupe du pays B dans le pays C . Cela a fait augmenter le niveau intellectuel de chacun des trois pays. Ensuite les flots migratoires ont changé de direction : un groupe d'habitants a émigré de C dans B et un autre de B dans A . Les agences d'information des trois pays affirment que le niveau intellectuel de chaque pays a augmenté encore plus après cette deuxième migration. Est-ce que c'est possible (si oui, comment, si non, pourquoi) ?

On suppose qu'entre les migrations le quotient intellectuel Q de chaque personne ne change pas et que personne ne meurt et personne ne naît.